

Exercice 01 : [03 points]

1^{ère} partie : un arrangement avec répétition de 5 éléments pris parmi 10 ($Q_{10}^5 = 10^5$ possibilités) **(01pts)**.

2^{ème} partie : le premier chiffre est le 1, les deux autres chiffres sont 1 et 2, tous les chiffres sont fixés ($1 \times 1 \times 1$ possibilités) **(0,50pts)**.

3^{ème} partie : le premier chiffre à gauche peut prendre l'un des chiffre {0,1,2,3,4}, le deuxième chiffre peut prendre l'un des chiffres {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} (5×10 possibilités – 2 possibilités pour les wilaya (00 et 49) donc 48 possibilités) **(01pts)**.

Donc on peut former : $10^5 \times 1 \times 1 \times 1 \times 48 = 4800.000$ plaques différentes **(0,50pts)**.

Remarque : la prise ou non en compte des cas particuliers ne sera pas sanctionnée.

Exercice 02 : [04 points]

S1 : tirer un jeton du sac 1

S2 : tirer un jeton du sac 2 **(0,50pts) pour la définition des évènements**

S3 : tirer un jeton du sac 3

R : tirer un jeton rouge

1) $P(R) = ?$

D'après la formule des probabilités totales, on a :

$$P(R) = P(R/S1) \times P(S1) + P(R/S2) \times P(S2) + P(R/S3) \times P(S3) \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

Pour l'expérience du lancé des trois pièces $\Omega = \{(PPF), (PFF), (PPP), (FPP), (FFP), (FFF), (FPF), (PFP)\}$

$$P(S1) = 3/8 = 0,375 \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

$$P(S2) = 2/8 = 0,25 \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

$$P(S3) = 3/8 = 0,375 \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

$$P(R/S1) = 4/8 = 1/2 = 0,5 \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

$$P(R/S2) = 4/10 = 2/5 = 0,4 \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

$$P(R/S3) = 8/12 = 2/3 = 0,67 \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

$$P(R) = (0,5 \times 0,375) + (0,25 \times 0,4) + (0,375 \times 0,67) = (0,1875 + 0,1 + 0,2512) = 0,5387 \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

2) $P(S1/R) = ?$

D'après la formule de Bayes, on a :

$$P(S1/R) = P(R/S1) \times P(S1) / (P(R/S1) \times P(S1) + P(R/S2) \times P(S2) + P(R/S3) \times P(S3)) \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

$$P(S1/R) = (0,5 \times 0,375) / ((0,5 \times 0,375) + (0,25 \times 0,4) + (0,375 \times 0,67))$$

$$= 0,1875 / 0,5387$$

$$= 0,3481 \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

3) **(01pts)**

B : les deux boules tirées sont bleues

$$P(B) = \text{card}(B) / \text{card}(\Omega) = (C_{14}^2 \times C_{16}^0) / C_{30}^2 = 91/435 = 0,20$$

Exercice 03 : [03 points]

R_i : tirer un jeton rouge au i ème tirage

(0,50pts) pour la définition des évènements

J_i : tirer un jeton jaune au i ème tirage

1) $P(R_1 \cap R_2 \cap J_3)$

D'après la formule des probabilités composées :

$$P(R_1 \cap R_2 \cap J_3) = P(R_1) \times P(R_2/R_1) \times P(J_3/R_1 \cap R_2) \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

$$= (8/20) \times (8/21) \times (14/22) = 0,097 \quad \mathbf{(01pts)}$$

2) C : tirer des jetons de la même couleur

$$C = (R_1 \cap R_2 \cap R_3) \cup (J_1 \cap J_2 \cap J_3) \quad \mathbf{(0,25pts)}$$

D'après la formule des probabilités composées :

$$P(R_1 \cap R_2 \cap R_3) = P(R_1) \times P(R_2/R_1) \times P(R_3/R_1 \cap R_2)$$

$$= (8/20) \times (8/21) \times (8/22) = 0,055$$

$$P(J_1 \cap J_2 \cap J_3) = P(J_1) \times P(J_2/J_1) \times P(J_3/J_1 \cap J_2)$$

$$= (12/20) \times (12/21) \times (12/22) = 0,1870$$

$$\text{Finalement } P(C) = P(R_1 \cap R_2 \cap R_3) + P(J_1 \cap J_2 \cap J_3) = 0,055 + 0,1870 = 0,242 \quad \mathbf{(01pts)}$$

Exercice 04 : [02 points]**Cas 1 : (01pts)**

A et B sont incompatibles donc $P(A \cap B) = 0$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,5$$

$$P(A) + P(B) = 0,5 \quad \text{donc } P(B) = 0,5 - P(A) = 0,5 - 0,2 = 0,3$$

Cas 2 : (01pts)

- $P(A \cap B) = 0,3$

- A et B sont indépendants donc $P(A \cap B) = 0,3 = P(A) \times P(B)$

$$P(A) = P(A \cap B) / P(B) = (0,3 / 0,6) = 0,5 \quad \text{et } P(B/A) = P(A \cap B) / P(A) = 0,3 / 0,5 = 0,6$$