

ECOLE PREPARATOIRE EN SCIENCES ECONOMIQUES, COMMERCIALES ET SCIENCES DE GESTION

Niveau : 1^{ère} Année

Semestre : 2

Sections : 1 et 2

Année Académique : 2011/2012

Date : 22/05/2012



Module : Probabilités 1

Enseignant : KHERRI Abdenacer

Site web : www.prepa-ecg.dz

Site web : www.proba-ep.jimdo.com

Durée du test : 1 h 50

CORRIGE TYPE DU TEST N°02

Exercice 01 : [thème : analyse combinatoire / barème : 3 points]

Le clavier ci-après permet de composer le code d'entrée d'un immeuble, à l'aide d'une lettre suivie d'un nombre de **3** chiffres.

1	2	3
4	5	6
A	B	C

1. Combien de codes différents peut-on former ? [01 Point]
2. Combien y a-t-il de codes sans le chiffre 1 ? [01 Point]
3. Combien y a-t-il de codes comportant des chiffres distincts ? [01 Point]

Solution :

1. *Nombre* (1) = $3 \times Q_6^3 = 3 \times 6^3 = 3 \times 216 = \mathbf{648}$

2. *Nombre* (2) = $3 \times Q_5^3 = 3 \times 5^3 = 3 \times 125 = \mathbf{375}$

4. *Nombre* (3) = $3 \times A_6^3 = 3 \times \frac{6!}{(6-3)!} = 3 \times 120 = \mathbf{360}$

Exercice 02 : [thème : probabilité / barème : 5 points]

Un aquarium contient **6** poissons rouges et **4** poissons jaunes. Un client souhaite acheter **3** poissons qu'il sort au hasard de cet aquarium.

Considérons les événements aléatoires suivants :

A : tirer exactement **2** poissons rouges.

B : tirer au moins **1** poisson rouge.

C : tirer un **1** poisson rouges et **2** poissons jaunes.

D : ne tirer aucun poisson rouge.

1. Trouver les cardinaux des événements : **Ω , A, B, C et D**. [03 Points]
2. Calculer les probabilités des événements : **A, B, C et D**. [02 Points]

Solution :

$$\text{card}(\Omega) = C_{10}^3 = 120$$

$$\text{card}(A) = C_6^2 \times C_4^1 = 15 \times 4 = 60$$

$$\text{card}(B) = C_6^1 \times C_4^2 + C_6^2 \times C_4^1 + C_6^3 = 36 + 60 + 20 = 116$$

$$\text{card}(C) = C_6^1 \times C_4^2 = 6 \times 6 = 36$$

$$\text{card}(D) = C_4^3 = 4$$

$$P(A) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{116}{120}$$

$$P(C) = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$$

$$P(D) = \frac{4}{120} = \frac{1}{30}$$

Exercice 03 : [thème : probabilité / barème : 2 points]

A, B et C sont trois événements. On sait que :

$$P(A) = 0,5 \quad P(B) = 0,1 \quad P(C) = 0,7 \quad P(B \cup C) = 0,8 \quad P(A \cap B) = 0,3$$

1. Les événements **A** et **B** sont-ils incompatibles ? Sont-ils indépendants ? [01 Point]
2. Les événements **B** et **C** sont-ils incompatibles ? Sont-ils indépendants ? [01 Point]

Solution :

1. $P(A \cap B) = 0,3 \neq 0$ donc A et B ne sont pas incompatibles
2. $P(A).P(B) = 0,5 \times 0,1 = 0,05 \neq P(A \cap B)$ donc A et B ne sont pas indépendants
3. $P(B \cap C) = P(B) + P(C) - P(B \cup C) = 0,1 + 0,7 - 0,8 = 0$ donc B et C sont incompatibles
4. $P(B).P(C) = 0,1 \times 0,7 = 0,07 \neq P(B \cap C)$ donc B et C ne sont pas indépendants

Exercice 04 : [thème : probabilité conditionnelle / barème : 3 points]

Dans un sac de dragées, **60 %** des dragées sont de couleur bleue, **30 %** des dragées sont de couleur bleue et à l'amande et **40 %** des dragées bleues sont au chocolat.

On choisit une dragée au hasard dans le sac. On note :

- A : l'évènement " La dragée est à l'amande "
- B : l'évènement " La dragée est bleue "
- C : l'évènement " La dragée est au chocolat "

1. Quelqu'un prend une dragée bleue, quelle est la probabilité qu'elle soit au chocolat ? [01 Point]
2. Quelqu'un prend une dragée bleue, quelle est la probabilité qu'elle soit à l'amande ? [01 Point]
3. Quelle est la probabilité de prendre une dragée bleue et au chocolat ? [01 Point]

Solution :

Traduisons les données de l'énoncé :

$$P(B) = 0,6$$

$$P(A \cap B) = 0,3$$

$$P(C/B) = 0,4$$

Ceci nous permet d'obtenir :

1. $P(B) = 0,6$ donc $P(C/B)$ est bien définie, la probabilité d'obtenir une dragée au chocolat sachant qu'elle est bleue est donnée par l'énoncé : **$P(C/B) = 0,4$**

2. $P(B) = 0,6$ donc $P(A/B)$ est bien définie, la probabilité d'obtenir une dragée à l'amande sachant qu'elle est bleue :

$$P(A/B) = P(A \cap B) / P(B) = 0,3 / 0,6 = 0,5$$

3. $P(B) = 0,6$ donc $P(C/B)$ est bien définie, la probabilité de prendre une dragée bleue et au chocolat :

$$P(B \cap C) = P(C/B) \times P(B) = 0,4 \times 0,6 = 0,24$$

Exercice 05 : [thème : probabilité conditionnelle / barème : 3 points]

On a interrogé des étudiants de l'école prépa de Draria sur leurs loisirs : **50 %** d'entre eux déclarent aimer la lecture et **75 %** déclarent aimer le sport. De plus, **40 %** des étudiants déclarent aimer la lecture et le sport.

On rencontre au hasard l'un de ces étudiants. On considère les évènements :

- **L** : l'évènement " L'étudiant aime la lecture "
- **S** : l'évènement " L'étudiant aime le sport "

1. Donner la probabilité des évènements **L**, **S** et **L**∩**S** [01 Point]
2. Quelle est la probabilité que l'étudiant aime le sport sachant qu'il aime la lecture ? [01 Point]
3. Quelle est la probabilité que l'étudiant aime la lecture sachant qu'il aime le sport ? [01 Point]

Solution :

Traduisons les données de l'énoncé :

$$P(L) = 0,5$$

$$P(S) = 0,75$$

$$P(L \cap S) = 0,4$$

Ceci nous permet d'obtenir :

$$P(S/L) = P(S \cap L) / P(L) = 0,4 / 0,5 = 0,8$$

$$P(L/S) = P(S \cap L) / P(S) = 0,4 / 0,75 = 0,53$$

Exercice 06 : [thème : formule de Bayes / barème : 4 points]

Une usine fabrique des barrettes mémoire "**DDR2**" pour ordinateur à l'aide de trois machines **A**, **B** et **C**. La machine **A** assure **20 %** de la production et **5 %** des barrettes fabriquées par **A** sont défectueuses. La machine **B** assure **30 %** de la production et **4 %** des barrettes fabriquées par **B** sont défectueuses. La machine **C** assure **50 %** de la production et **1%** des barrettes fabriquées par **C** sont défectueuses.

1. On choisit au hasard une barrette. Déterminer les probabilités :
 - Pour que la barrette soit défectueuse et produite par **A**.
 - Pour que la barrette soit défectueuse et produite par **B**.
 - Pour que la barrette soit défectueuse et produite par **C**.

2. Calculer les probabilités pour qu'une barrette défectueuse :

- Proviene de **A**.
- Proviene de **B**.
- Proviene de **C**.

Solution :

$$P(D \cap A) = P(A).P(D/A) = 0,2 \times 0,05 = 0,01$$

$$P(D \cap B) = P(B).P(D/B) = 0,3 \times 0,04 = 0,012$$

$$P(D \cap C) = P(C).P(D/C) = 0,5 \times 0,01 = 0,005$$

$$\begin{aligned} P(A/D) &= \frac{P(A).P(D/A)}{P(A).P(D/A) + P(B).P(D/B) + P(C).P(D/C)} \\ &= \frac{(0,2).(0,05)}{(0,2)(0,05) + (0,3)(0,04) + (0,5)(0,01)} = \frac{0,01}{0,01 + 0,012 + 0,005} = \frac{0,01}{0,027} \\ &= 0,37 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(B/D) &= \frac{P(B).P(D/B)}{P(A).P(D/A) + P(B).P(D/B) + P(C).P(D/C)} \\ &= \frac{(0,3).(0,04)}{(0,2)(0,05) + (0,3)(0,04) + (0,5)(0,01)} = \frac{0,012}{0,01 + 0,012 + 0,005} = \frac{0,012}{0,027} \\ &= 0,44 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(C/D) &= \frac{P(C).P(D/C)}{P(A).P(D/A) + P(B).P(D/B) + P(C).P(D/C)} \\ &= \frac{(0,5).(0,01)}{(0,2)(0,05) + (0,3)(0,04) + (0,5)(0,01)} = \frac{0,005}{0,01 + 0,012 + 0,005} = \frac{0,005}{0,027} \\ &= 0,18 \end{aligned}$$