ECOLE PREPARATOIRE EN SCIENCES ECONOMIQUES, COMMERCIALES ET SCIENCES DE GESTION

Niveau : 1ère Année
Sections : 1 et 2
Année Académique : 2011/2012

Module : Probabilités 1
Enseignant : KHERRI Abdenacer
Site web : www.proba-ep.jimdo.com

Informations complémentaires :
" La probabilité composée, totale et l'arbre des probabilités "

Plan :

1. Loi de la probabilité composée.
2. Loi de la probabilité totale.
3. Arbre des probabilités.

1. Loi de la probabilité composée :

En utilisant la définition da la probabilité conditionnelle :

$$\mathbf{P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} \quad si \quad P(B) \neq 0}$$

$$\mathbf{P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} \quad si \quad P(A) \neq 0}$$

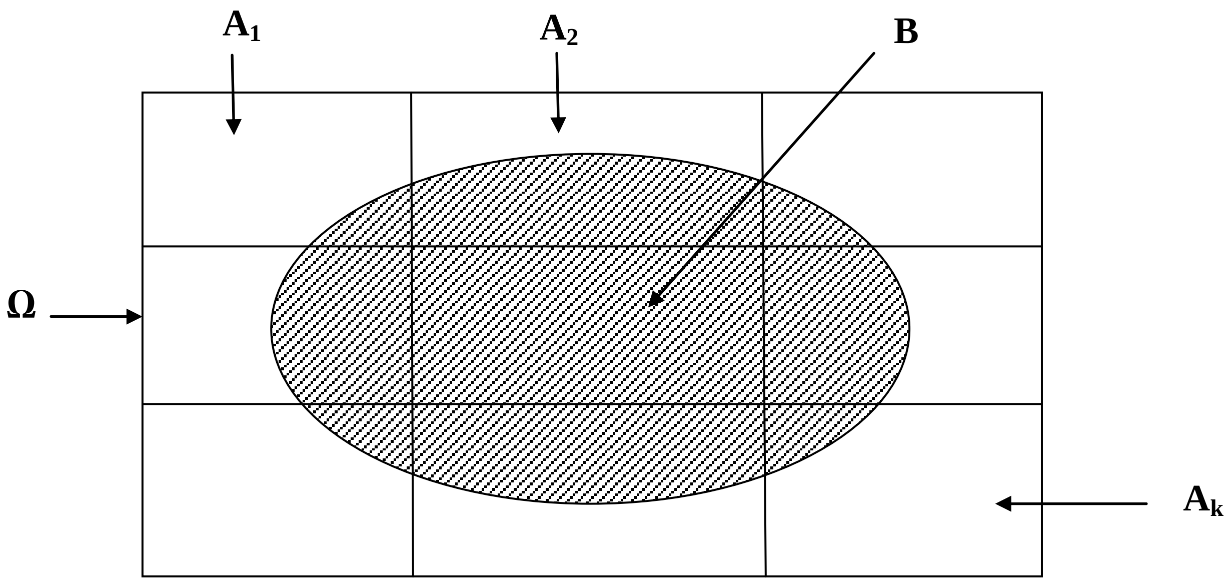
En appliquant la " *loi de la multiplication* ", on obtient la " ***loi de la probabilité composée*** " :

$$\mathbf{P(A \cap B) = P(B).P(A/B) \quad si \quad P(B) \neq 0}$$

$$\mathbf{P(A \cap B) = P(A).P(B/A) \quad si \quad P(A) \neq 0}$$

2. Loi de la probabilité totale :

Soit $\mathbf{A_1, A_2, A_3, \dots, A_k \neq 0}$, une partition de **Ω**, et **B** est un évènement quelconque de **Ω**



Remarques :

- $(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \ldots \cup A_k) = \Omega$
- $B = (A_1 \cap B) \cup (A_2 \cap B) \cup (A_3 \cap B) \cup \ldots \cup (A_k \cap B)$
- $(A_1 \cap B) \cap (A_2 \cap B) \neq 0, (A_2 \cap B) \cap (A_3 \cap B) \neq 0, (A_k \cap B) \cap (A_1 \cap B) \neq 0$

Puisque : $B = (A_1 \cap B) \cup (A_2 \cap B) \cup \ldots \cup (A_k \cap B)$ et $A_1 \cap B, A_2 \cap B, \ldots, A_k \cap B$ sont mutuellement exclusifs, on a :

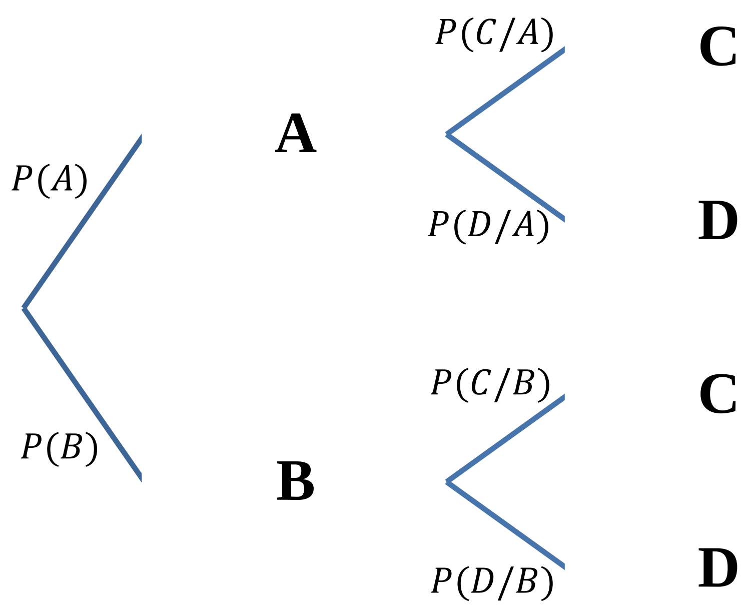
$$\boldsymbol{P(B) = P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) + \cdots + P(A_k \cap B)}$$

En appliquant la " *loi de la probabilité composée* ", on obtient la " ***loi de la probabilité totale*** " :

$$\boldsymbol{P(B) = P(A_1).P(B/A_1) + P(A_2).P(B/A_2) + \cdots + P(A_k).P(B/A_k)}$$

3. Arbre des probabilités :

Un arbre de probabilité est un schéma permettant de résumer une expérience aléatoire connaissant des probabilités conditionnelles, un arbre des probabilités continent des notations des évènements et des mesures des probabilités correspondants à chaque évènement.



Remarques :

- $P(A) + P(B) = 1$
- $P(B) = P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- $P(C/A) + P(D/A) = 1$
- $P(C/B) + P(D/B) = 1$
- $D = \bar{C}$
- $P(A \cap C) = P(A).P(C/A)$
- $P(B \cap D) = P(B).P(D/B)$

Exemple (01) : [Arbre des probabilités]

Un appareil peut être monté avec des pièces de haute qualité (**40 %** des cas) et avec des pièces ordinaires (**60 %** des cas). Dans le premier cas, sa fiabilité (probabilité de fonctionnement) sur une durée de référence est égale à **0,95**; dans le second, elle est de **0,7**.

Tracer l'arbre des probabilités, et déterminer la signification de chaque probabilité.

✍ **Réponse :**

Exemple (02) : [Arbre des probabilités]

Deux usines fabriquent des ampoules, **1 %** des ampoules fabriquées par la première usine et **3 %** des ampoules fabriquées par la seconde usine sont défectueuses. Dans un lot de **1000** ampoules, **600** viennent de la première usine et **400** de la seconde usine.

Tracer l'arbre des probabilités, et déterminer la signification de chaque probabilité.

✍ **Réponse :**

Exemple (03) : [Arbre des probabilités]

Trois machines **A**, **B**, et **C** produisent respectivement **50 %**, **30 %** et **20 %** du nombre total de pièces fabriquées dans une usine, les pourcentages de pièces défectueuses de ces machines sont de **3 %**, **4 %** et **5 %**.

Tracer l'arbre des probabilités, et déterminer la signification de chaque probabilité.

✍ **Réponse :**